

Cours : Étude de la propulsion

1. Pression et débit d'eau :

- Une pression initiale plus élevée entraîne une vitesse d'éjection accrue.
- La quantité d'eau éjectée influence directement la durée de la poussée.
- Équilibre à rechercher : trop d'eau alourdit la fusée, trop peu diminue la poussée.

2. **Vitesse d'éjection (v_e)** : La vitesse d'éjection dépend de la pression initiale (P_i) et de la densité de l'eau (ρ) :

$$v_e = \sqrt{\frac{2P_i}{\rho}}$$

3. Conservation de la quantité de mouvement :

$$m_{\text{eau}} \cdot v_e = m_{\text{fusée}} \cdot v_{\text{fusée}}$$

où m_{eau} et v_e sont respectivement la masse et la vitesse d'éjection de l'eau.

4. Comparaison des modèles de propulsion :

- **Plus d'eau que d'air** : Faible poussée initiale mais a priori plus longue.
- **Plus d'air que d'eau** : Poussée plus élevée mais a priori plus courte.

Le ratio eau/air est à étudier et à expérimenter une fois une fusée réalisée. C'est le moyen le plus simple pour faire varier les performances d'une fusée à eau.

Impact du diamètre de sortie

1. Relation entre le diamètre et la poussée :

- Un diamètre plus petit augmente la vitesse d'éjection (v_e), mais réduit le débit d'eau ($\dot{m}$).
- Un diamètre plus grand augmente le débit ($\dot{m}$), mais diminue la vitesse d'éjection (v_e).

2. Optimisation du diamètre (d_{sortie}) :

- L'objectif est de maximiser l'impulsion spécifique (I_{sp}) :

$$I_{\text{sp}} = \frac{F}{\dot{m}g_0} = \frac{v_e}{g_0}$$

- L'impulsion spécifique (I_{sp}) mesure l'efficacité d'un moteur à produire de la poussée avec une quantité donnée de carburant. Elle est exprimée en secondes et indique combien de temps la poussée peut être maintenue par unité de poids de carburant consommé.

3. Considérations pratiques :

- Utilisation d'embouts interchangeables pour tester différents diamètres.
- Attention à la résistance mécanique autour de l'orifice de sortie.

Expérience : Étude de la propulsion et du diamètre de sortie

Objectif : Étudier l'impact du diamètre de sortie et du ratio eau/air initial sur la poussée d'une fusée à eau.

Matériel nécessaire :

- Une fusée à eau (bouteille en plastique avec embout modifiable) ;
- Une balance électronique précise (capable de mesurer les variations rapides de poids) ;
- Une pompe à air (manuelle ou électrique) avec manomètre ;
- Embouts de différents diamètres comme des bouchons troués (ex. : 5 mm, 10 mm, 15 mm) ;
- Un téléphone pour filmer les variations de poids sur la balance ;
- Un ordinateur pour recueillir les données et les comparer (ex : tracer sur Excel).



Figure 1. Des exemples de tuyères que vous pouvez essayer (Attention, RocketriX utilisera un embout spécifique)

Protocole :

■ Préparation :

- Remplir la bouteille avec un ratio eau/air initial différent pour chaque essai (ex. : 30% eau, 70% eau, etc.).
- Fixer la fusée à une base stable qui est reliée à une balance pour mesurer la poussée générée.

■ Test avec un embout donné :

- Connecter un embout de diamètre spécifique (par exemple 5 mm) à la sortie de la fusée.
- Pomper de l'air dans la bouteille jusqu'à une pression donnée (ex. : 2 bars).
- Déclencher la propulsion en libérant l'air comprimé tout en observant les données de la balance.
- Noter le temps total de poussée.

■ Changer l'embout :

- Répéter les étapes précédentes pour des embouts de diamètres différents en conservant le même ratio eau/air et la même pression initiale.

■ Étudier l'impact du ratio eau/air :

- Choisir un diamètre fixe (ex. : 10 mm) et tester plusieurs ratios eau/air initiaux pour une même pression.
- Observer comment la poussée et la durée de propulsion changent en fonction de ce ratio.

Pour aller plus loin : Cette expérience a été réalisée aussi par Air Command Rockets qui a cherché à optimiser des embouts existants. N'hésitez pas à vous en inspirer !

Aparté : Les tuyères

1. **Principe des tuyères** : Une tuyère est une structure qui canalise l'écoulement d'un fluide pour augmenter sa vitesse d'éjection. Elle est cruciale dans les moteurs de fusées pour maximiser la poussée.

2. Exemple courant, la Tuyère de Laval

- **Convergente** : Réduit la section pour augmenter la vitesse jusqu'à Mach 1 (une fois la vitesse du son).
- **Divergente** : Permet l'accélération du fluide après Mach 1 en transformant la chaleur et la pression.

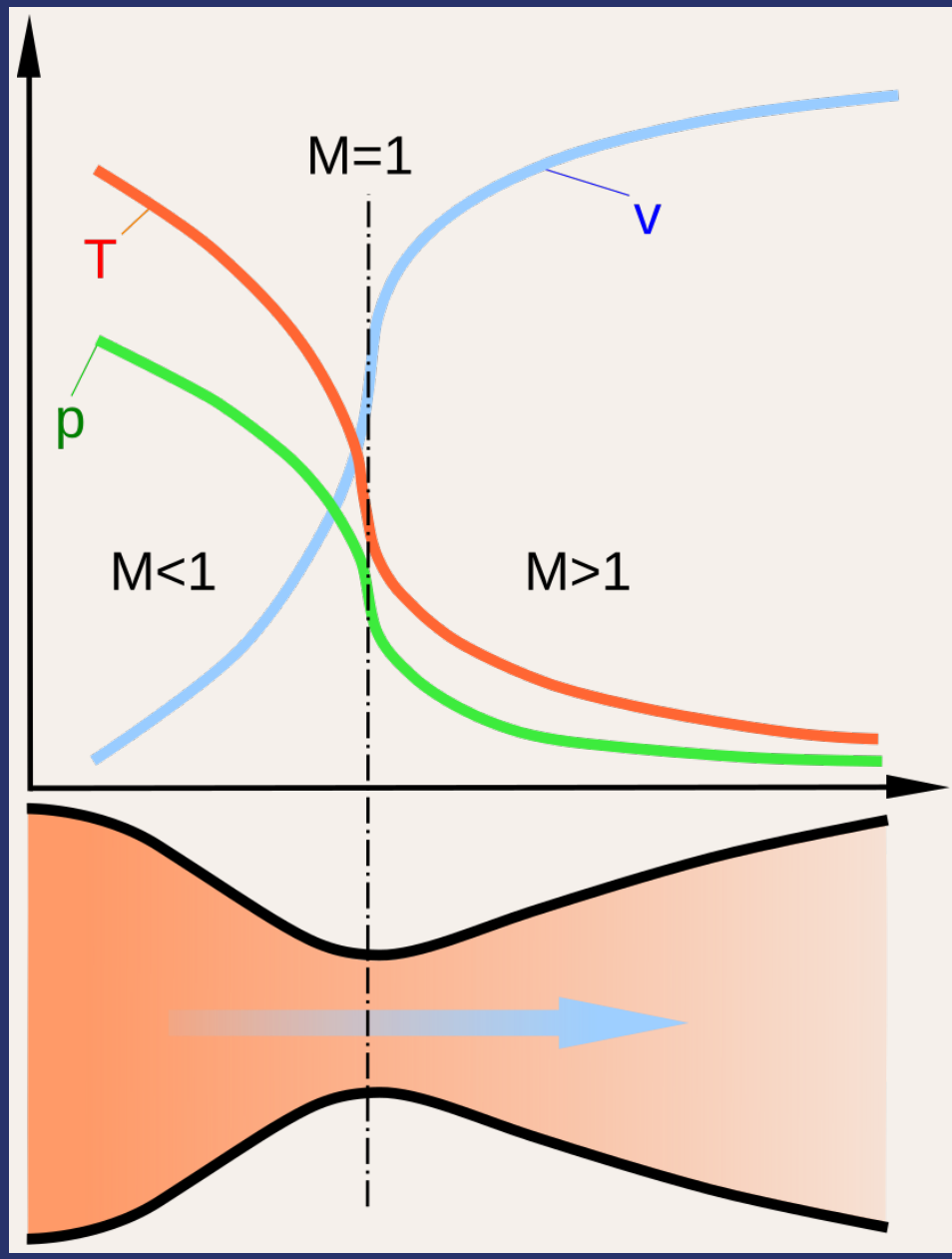


Figure 2. Des exemples de tuyères que vous pouvez essayer (Attention, RocketriX utilisera un embout spécifique)

Sur la figure on a **T** la température, **P** la pression, et **V** la vitesse du fluide. La tuyère est illustrée en bas de la figure, où l'on distingue la section convergente et la section divergente.

3. Tuyères dans les fusées à eau :

- Elles n'ont qu'un convergent car le fluide n'atteindra pas la vitesse du son.
- Fabrication en plastique ou en matériaux légers pour limiter le poids plutôt qu'en métal.
- Gain potentiel : augmentation de la vitesse d'éjection (v_e) et meilleure stabilité de la poussée.

Exercices sur la propulsion

Exercice 1 : Vitesse de l'eau éjectée Une fusée à eau est pressurisée à 3 bars et contient 1 L d'eau.

- Pour calculer la vitesse d'éjection de l'eau, on peut utiliser la formule :

$$v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot P}{\rho}}$$

où P est la pression en pascals (1 bar = 100000 Pa) et ρ est la densité de l'eau qui est de 1000 kg/m³. Calculez la vitesse d'éjection de l'eau (v_e).

- Calculez l'accélération de la fusée à l'instant initial. Comparez cette valeur à celles de fusées réelles. Calculez le nombre de g si besoin (divisez la vitesse par $g = 9.8 \text{ m/s}^2$).

Exercice 2 : Comparaison des hauteurs atteintes Deux fusées de tailles différentes sont lancées avec de l'eau sous pression.

- **Fusée A** : Contient 0.8 L d'eau, pressurisée à 4 bars.
- **Fusée B** : Contient 1.5 L d'eau, pressurisée à 4 bars.
- Quelle fusée aura plus de poussée au moment du lancement ? Expliquez pourquoi.
- Quelle fusée pourrait théoriquement atteindre une plus grande hauteur ? Justifiez votre réponse en fonction du volume d'eau et de la pression.

Exercice avancé (facultatif) : Approfondir pour aller plus loin

Exercice 3 : L'impact de la taille du réservoir sur la fusée Imaginons une fusée qui contient 1 L d'eau et est pressurisée à 3 bars.

- 1 Calculez la vitesse d'éjection de l'eau dans cette situation.
- 2 Si la fusée était équipée d'un réservoir de 2 L d'eau (toujours pressurisé à 3 bars), comment cela affecterait-il la vitesse d'éjection et la poussée initiale ? Expliquez en prenant en compte la masse d'eau éjectée et la relation entre volume et pression.
- 3 En tenant compte de l'augmentation du volume d'eau, quelle serait l'augmentation théorique de la hauteur atteinte par la fusée ? Vous pouvez utiliser l'expression suivante pour estimer la hauteur : $h = \frac{v_e^2}{2g}$, où $g = 9.81 \text{ m/s}^2$.

Défi mathématiques

Une fusée est lancée verticalement avec une vitesse initiale $v_0 = 50 \text{ m/s}$ et subit une accélération constante de $a = 4 \text{ m/s}^2$. La résistance de l'air est modélisée par une force de frottement $F_{\text{frottement}} = -k \cdot v$, où k est une constante positive et v est la vitesse.

- **Vitesse après 10 secondes** : Trouvez la vitesse de la fusée après 10 secondes en tenant compte de l'accélération constante et du frottement.

- **Énergie cinétique** : Calculer l'énergie cinétique de la fusée après 10 secondes avec $E_{\text{cin}} = \frac{1}{2}mv^2$

Données : Masse de la fusée $m = 300 \text{ kg}$, résistance de l'air avec $k = 0.1$.